Universität Duisburg-Essen

Erweiterung des Latschmatrixreifenmodells für die Interaktion zwischen Reifen und Boden bei Fahrten auf unebenem Untergrund

Diplomarbeit

zur Erlangung des akademischen Grades eines
Diplom-Ingenieur
bearbeitet von

cand. ing. Björn Hockmann

angefertigt bei

Prof. Dr.-Ing. Dieter Schramm
Lehrstuhl für Mechatronik
Abteilung Maschinenbau
Fachbereich Ingenieurwissenschaften

betreut durch

Dipl.-Math. Karina Hirsch

18. November 2004 - 16. März 2005

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **1**

2 Modellierung des Reifens **4**

2.1 Latschkinematik 5

2.2 Eingeprägte Kräfte und Momente 6

3 Latschkinematik und -diskretisierung **11**

3.1 Einführung von Koordinatensystemen und Lage des Latschkörpers 11

3.2 Geschwindigkeit des Latschkörpers 13

3.3 Latschdiskretisierung 15

3.3.1 Lage der Elemente 16

3.3.2 Bestimmung der Flächen 20

4 Reifenkräfte **22**

4.1 Normalkräfte und Momente um die Hoch- bzw. Querachse 22

4.2 Tangentialkräfte 29

4.2.1 Verschiebung der Latschelemente 30

4.2.2 Berechnung der Tangentialkräfte 33

4.2.3 Korrektur bei Gleitreibung 33

4.3 Resultierende Kräfte und Momente 35

5 Aufstellen der Bewegungsgleichungen **38**

6 Gesamtmodell **40**

6.1 Umgebungsmodell 40

6.2 Fahrzeugmodell 45

7 Auswertung **47**

7.1 Plausibilität der Kraftberechnung 47

7.2 Plausibilität des Algorithmus für die Elementanordnung 52

7.3 Rechenzeit- und Genauigkeitsoptimierung 53

8 Zusammenfassung und Ausblick **56**

8.1 Zusammenfassung 56

8.2 Ausblick 57

A Mathematische Definitionen **58**

A.1 Transformationsmatrix 58

A.2 Signumfunktion 59

A.3 Föppl-Symbole 59

B Verwendete Systemdaten **61**

B.1 Modellierungsdaten 61

B.2 Reifendaten 62

B.3 Geometrische Abmessungen der Schlagleiste 63

C SIMULINK-Modell **64**

C.1 Variablennamen 64

C.2 Darstellung der wichtigsten Programmteile 67

C.3 Simulationsparameter 78

C.4 Hinweise und Beispiele für SIMULINK-Realisierungen 78

Literatur **81**

Abbildungsverzeichnis

1.1 Fahrt über eine Schlagleiste 2

2.1 Reifen und entsprechendes Starrkörpermodell 4

2.2 Geometrie eines unter Last stehenden Rades [Hil04] 5

2.3 Topologische Darstellung des Ersatzmodells [Fri88] 6

2.4 Anordnung der Nadelelemente auf der unebenen diskritisierten Latschfläche 7

2.5 Bewegungen der Nadelelemente 8

2.6 Anordnung der Laufflächenelemente 9

2.7 Verschiebung der Laufflächenelemente 10

3.1 Verwendete Koordinatensysteme 11

3.2 Projektion des oberen Dreibeins in die $\mathbf{n}_{\mathrm{g}}\mathbf{n}_{\mathrm{Q}}$-Ebene 13

3.3 Geschwindigkeiten von Radträger und Latschkörper [Fri88] 14

3.4 Geometrie des Reifens [Fri88] 16

3.5 Bestimmung des Nickwinkels des mittleren Elements 17

3.6 Algorithmus zur Berechnung der Latschelemente 18

3.7 Diskretisierung der Latschfläche 19

4.1 Ermittlung der Nadellänge R_{ij} 23

4.2 Ermittlung des Geschwindigkeitsanteils der einzelnen Elemente 24

4.3 Projektion des Einheitsvektor in $\mathbf{n}_{\mathrm{Q}}$- und $\mathbf{n}_{\mathrm{L}}\mathbf{n}_{\mathrm{BA}}$-Ebene 27

4.4 Bestimmung des Normalenvektors 28

4.5 Einführung von Koordinatensystemen auf den einzelnen Latschelementen . 28

4.6 Verschiebung der Laufflächenelemente 30

4.7 Aufteilung der Elementverschiebung in die Komponenten 31

4.8 Korrektur der Elementverschiebung 32

6.1 Modellierung der Schlagleiste 40

6.2 Hilfsgrößen für die geometrische Beschreibung der Schlagleiste 41

6.3 Bestimmung der Normalenvektoren der Schlagleiste 44
6.4 Schematische Darstellung des Gesamtmodells 46
7.1 Vergleich des Längskraftverlaufs bei unterschiedlichen Diskretisierungen . . 48
7.2 Vergleich der Normalkraft 48
7.3 Ungenügende Diskretisierung des Untergrunds 49
7.4 Längskraft für $i_{\mathrm{S}} = 101$ 50
7.5 Normalkraft für $i_{\mathrm{S}} = 101$ 50
7.6 Normalkraft bei 101 Latschspalten 51
7.7 Querkraft bei 101 Latschspalten 51
7.8 Änderung der Nickwinkel η_j^{I} 52
7.9 Elementanordnung bei $Schrittweite = 10^{-4}$ m 54
7.10 Elementanordnung bei $Schrittweite = 10^{-5}$ m 54
A.1 Drehung um die $\mathbf{n}_{\mathrm{Q}}$-Achse 58
A.2 Graphischer Verlauf der Signumfunktion 59
A.3 Beispiel für die Anwendung von Föppl-Symbolen auf eine Funktion 60
C.1 Startbildschirm 70
C.2 Block der Bewegungsgleichungen 70
C.3 Hauptblock des Latschmatrixreifenmodells 71
C.4 Hauptblock der Rad-Straße-Kinematik 71
C.5 Lage der Latschfläche bestimmen (Gl.(3.1)-(3.6)) 72
C.6 Geschwindigkeit des Latschkörpers bestimmen (Gl.(3.7)) 72
C.7 Hauptblock der Nickwinkelbestimmung 73
C.8 *While*-Schleife für $j > \frac{i_{\mathrm{S}}+1}{2}$ Elemente 73
C.9 *While*-Schleife für die „Kreiszeichnung“ 73
C.10 Block der Schlagleiste (Gl.(6.13) & (6.14)) 74
C.11 Hauptblock der Reifenkräfte 75
C.12 Unterblock der Reifenkraftbestimmung 75

C.13 Hauptblock der Normal- und Tangentialkraftbestimmung 76
C.14 Block für die Ermittlung des Reibungszustands 76
C.15 Block für die Tangentialkraftbestimmung bei Gleitreibung 77
C.16 Block für die Bestimmung der resultierenden Kräfte und Momente 77
C.17 Einstellungen für die *Simulation Parameters* 78

Tabellenverzeichnis

3.1 Skalarprodukte der Einheitsvektoren der verwendeten Koordinatensysteme 13

7.1 Vergleich der Elementlängen bei unterschiedlichen Diskretisierungen 47

7.2 Vergleich der Rechenzeit bei unterschiedlichen Diskretisierungen 53

7.3 Rechenzeitenvergleich für die Änderung des Parameters *Schrittweite* . . . 53

C.1 Variablenbezeichungen im Programm 66

Nomenklatur

Darstellung von Vektoren und Matrizen

Matrizen und Vektoren werden in Fettschrift dargestellt. Die Indizierung von Vektoren-Transformationsmatrizen lehnt sich an die von WOERNLE [Woe88] eingeführte Schreibweise an. Der rechts unten stehende Index kennzeichnet den Körper, für den die Größe angegeben wird. Bei der Angabe von zwei Indizes, handelt es sich um eine Relativgröße. Die Angabe des physikalischen Vektors erfolgt dabei in Komponenten des durch den linken oberen Index gekennzeichneten Koordinatensystems. Erfolgt keine Angabe erfolgt die Zerlegung im unteren, beziehungsweise oberen Dreibein. Bei Geschwindigkeiten ist auch der Bezugskörper von Bedeutung, der durch den linken unteren Index angegeben wird.

Beispiele:

${}_{j-1}\mathbf{r}_j$	Vektor zum Punkt P_j relativ zum Körper B_{j-1},
${}_{j-1}\mathbf{v}_j$	Geschwindigkeit des Punktes P_j relativ zum Körper B_{j-1},
${}_{j-1}\boldsymbol{\omega}_j$	Winkelgeschwindigkeit des Punktes P_j relativ zum Körper B_{j-1},
${}^{\mathrm{A}}\mathbf{T}_j$	Transformationsmatrix vom Koordinatensystem K_j in das Koordinatensystem K_A (unteres Dreibein).

Vektoren und Matrizen

$\mathbf{F}_{ij}$	Kraft eines Elements
$\mathbf{F}_{\mathrm{T}ij}$	Tangentialkraft des ij-ten Elements
$\mathbf{g}$	Vektor der Erdbeschleunigung
$\mathbf{n}_\mathrm{B}$	Momentane Raddrehachse
$\mathbf{n}_\mathrm{BA}$	Einheitsvektor vom Felgenmittel- zum Aufstandspunkt
$\mathbf{n}_\mathrm{L}$	Einheitsvektor in Latschlängsrichtung
$\mathbf{n}_\mathrm{Q}$	Einheitsvektor in Latschquerrichtung
$\mathbf{n}_\mathrm{S}$	Einheitsvektor in Fahrbahnnormalenrichtung
$\mathbf{n}_\mathrm{g}$	Einheitsvektor in umgekehrter Erdbeschleunigungsrichtung
$\mathbf{r}$	Ortsvektor
$\mathbf{u}$	Drehachse
$\mathbf{v}$	Geschwindigkeit (allgemein)
$\dot{\mathbf{x}}_\mathrm{A}$	Geschwindigkeit des Aufstandspunkt
$\mathbf{x}_\mathrm{A}$	Ortsvektor zum Aufstandspunkt
$\mathbf{x}_\mathrm{B}$	Ortsvektor zum Felgenmittelpunkt
$\dot{\mathbf{x}}_\mathrm{B}$	Geschwindigkeit des Felgenmittelpunkt
$\boldsymbol{\omega}_\mathrm{R}$	Winkelgeschwindigkeit des Radträgers

Skalare Größen

A_{ij}	Fläche des ij-ten Elements
b_0	Reifenbreite
b_L	aktuelle Latschbreite
c_D	flächenbezogene Dämpferkonstante der Nadelelemente
c_Dw	Dämpferkonstante der Querverschiebung des Gürtels
c_F	flächenbezogene Federkonstante der Nadelelemente
c_FL	flächenbezogene Längssteifigkeit der Laufflächenelemente
c_FQ	flächenbezogene Quersteifigkeit der Laufflächenelemente
c_Fw	Federkonstante der Querverschiebung des Gürtels
$F_{\mathrm{N}ij}$	Normalkraft des ij-ten Elements
$F_{\mathrm{T}ij}$	Tangentialkraft des ij-ten Elements
i_S	Anzahl der Latschspalten (Diskretisierung in Längsrichtung)
i_Z	Anzahl der Latschzeilen (Diskretisierung in Querrichtung)
l_Lelem	Elementlänge
l_max	maximale Latschlänge
l_min	minimale Latschlänge
m_G	Masse des Gürtels
M_An	Antriebsmoment
M_Br	Bremsmoment
M_L	Moment um die Längsachse
M_Q	Moment um die Querachse
M_S	Moment um die Hochachse
R	aktueller Reifenradius
$\dot{R}$	Einfedergeschwindigkeit des Reifens
R_0	entspannter Reifenradius
R_1	innerer Reifenradius
R_2	äußerer Reifenradius
R_{ij}	Länge des ij-ten Nadelelements
$\dot{R}_{ij}$	Einfedergeschwindigkeit des ij-ten Nadelelements
$s_{\mathrm{L}ij}$	Verschiebung in Längsrichtung
$s_{\mathrm{L}ij\mathrm{k}}$	korrigierte Verschiebung in Längsrichtung
$s_{\mathrm{Q}ij}$	Verschiebung in Querrichtung
$s_{\mathrm{Q}ij\mathrm{k}}$	korrigierte Verschiebung in Querrichtung
u_j	Längskoordinate
v_i	Querkoordinate
w_j	Höhenkoordinate
w	Verschiebung des Gürtels auf der Felge

γ	Sturzwinkel
φ	Felgendrehwinkel
$\dot{\varphi}$	Felgengeschwindigkeit
ψ	Gürteldrehwinkel
$\dot{\psi}$	Gürtelgeschwindigkeit
μ_{G}	Gleitreibungskoeffizient
μ_{H}	Haftreibungskoeffizient
Θ_{FB}	Trägheitsmoment der Felge um die Raddrehachse
Θ_{GB}	Trägheitsmoment des Gürtels um die Raddrehachse

Indizes

A	Aufstands-, respektive Latschmittelpunkt
F	Felge
G	Gürtel
i	Zählindex in Quersrichtung
j	Zählindex in Latschlängsrichtung
L	Längsrichtung
m	Mittelpunkt eines Latschelements
max	maximal
min	minimal
N	Normalenrichtung
Q	Querrichtung
S	Fahrbahnnormalenrichtung

1 Einleitung

In der Entwicklung von Fahrzeugen und deren Komponenten hat die numerische Simulation des Fahrverhaltens seit einiger Zeit sehr an Bedeutung gewonnen. Die Modellbildung der einzelnen Komponenten wird stetig besser, da immer mehr Einflüsse berücksichtigt werden können und die Rechenzeit nicht ansteigt.

Möglich macht dies die extrem steigende Rechnerleistung. Ein handelsüblicher Heim-PC mit über 3.4 GHz kostet unter 1000 €. Ein bereits etwas älterer PC mit einem Prozessortakt von 2.8 GHz berechnet pro Sekunde mehr als 350 000 doppelt-genaue Rechenoperationen der Form $a = b + cd$ und bietet damit eine fast unvorstellbare Rechenleistung [Gip02].

Die Simulation bietet gegenüber dem realen Versuch zudem mehrere Vorteile:

- einfache Möglichkeit der Variation von Parametern oder Anfangsbedingungen,
- Ergebnisse sind reproduzierbar,
- Kosten können eingespart werden, da Versuche sehr teuer sind, und
- Verkürzung von Entwicklungszeiten.

Dies sind nur einige wichtige Gründe dafür, dass die Bedeutung von Simulationen noch weiter steigen wird.

Für die Entwicklung von Fahrzeugregelungen, wie die Antriebsschlupfregelung (ASR) oder das elektronische Stabilitätsprogramm (ESP), ist es wichtig, dass alle für die Fahrzeugdynamik relevanten Komponenten, wie Antriebsstrang, Fahrgestell, Radaufhängungen und Reifen, möglichst genau modelliert werden, damit die Regler optimal ausgelegt werden können.

Die Modellierung des Reifens beziehungsweise des Rad-Straße-Kontakts, stellt ein erhebliches Problem dar. Es gibt eine Vielzahl von Modellen, die sich in fünf verschiedene Typen einteilen lassen [Pös02]:

- mathematisches Modell,
- Schalenmodell,
- In-plane Modell (2D-Modell),
- Out-of-plane-Modell (3D-Modell) und

- FEM-Modell.

Das mathematische Modell beschreibt die Fahrdynamik mittels empirisch gewonnener Berechnungsalgorithmen. Das Bekannteste ist das *Magic-Formula*-Reifenmodell von Pacejka.

Das FEM-Modell wird selten bei Fahrzeugsimulation, sondern fast ausschließlich bei der reinen Reifen-Simulation eingesetzt. Von Bedeutung ist hierbei vor allem die nichtlineare Beschreibung der schichtförmigen und anisotropen Schalenstruktur des Reifens. Sie erlaubt eine detaillierte Darstellung von Verformungen infolge eingeleiteter Kräfte und Momente. Die Rechenzeiten sind allerdings auf schnellen Rechnern immer noch sehr hoch, so dass die FEM-basierten Modelle nur selten für die Untersuchung von fahrdynamischen Aspekten verwendet werden.

Das 3D-Modell hat einen physikalischen Hintergrund bei der Modellbildung. Der Gürtel wird durch massebehaftete, elastisch verbundene Elemente abgebildet. Im Gegensatz zu den 2D-Modellen ist der Gürtel hierbei in Querrichtung verschieb- und deformierbar. Die Aufstandsfläche des Reifens, auch Latsch genannt, wird für die Kraftberechnung diskretisiert. Zu den 3D-Modellen zählt das Latschmatrixreifenmodell von Frik [Fri88].

Bisher lässt sich mit dem Latschmatrixreifenmodell der Rad-Straße-Kontakt nur für ebenen starren Untergrund nachbilden, das heißt es wird eine ebene Kontaktfläche zwischen Reifen und Straße angenommen.

Bild 1.1: Fahrt über eine Schlagleiste

Für die Simulation von Fahrten über Schlagleisten (Bild 1.1) oder Bordsteine werden Modelle benötigt, die von einer unebenen Kontaktfläche ausgehen. Fernziel ist es dann, ein 3D-Reifenmodell zu entwickeln, das neben den bisher genannten Manövern zusätzlich auch Fahrten auf nachgiebigem Untergrund, so genannte Soil-Trip-Manöver, nachbilden kann.

Das Ziel dieser Arbeit ist es nun, das Latschmatrixreifenmodell so zu erweitern, dass Fahrten über unebenem Untergrund möglich sind. Hierbei beschränkt sich die Erweiterung

darauf, dass die Längsrichtung der Kontaktfläche uneben sein kann, so dass eine gerade Fahrt über eine Schlagleiste nachgebildet werden kann.

Die Erweiterung gliedert sich in mehrere Schritte. Zuerst wird ein Algorithmus entwickelt, bei dem die masselosen Latschelemente so auf dem Untergrund plaziert werden, dass dieser hinreichend genau approximiert wird. Im nächsten Schritt müssen für die Berechnung der Kräfte die Rotationsgeschwindigkeiten der einzelnen Elemente berücksichtigt und entsprechend der jeweiligen Ausrichtung des Elements zu einer resultierenden Tangential- und Normalkraft addiert werden. Anschließend wird für die Simulation die Schlagleiste modelliert und die Bewegungsgleichungen des Reifens aufgestellt.

Die Implementation wird in MATLAB/SIMULINK vorgenommen. Die Erweiterung des bestehenden FORTRAN-Codes ist nicht sinnvoll, da heutzutage meistens eine objektorientierte Programmiersprache, wie C++ oder JAVA, oder spezielle numerische Lösungsprogramme, wie MATLAB/SIMULINK eingesetzt werden. Die Wahl fiel auf SIMULINK, da hier die Differentialgleichungen einfach zu lösen sind und es auch eine standardisierte Schnittstelle zu anderen Programmen gibt.

Die Simulationsergebnisse werden auf Plausibilität geprüft und die Rechenzeit bei Variation von einigen Parametern verglichen. Abschließend wird ein Ausblick auf weitere zu untersuchende Aspekte gegeben.